

# シミュレーション技術を用いたジグ設計検証手法の開発(第3報)

## —固有振動数の算出—

横山 哲也      坂東 直行

### Development of Jig Design Verification Method using Simulation (3<sup>rd</sup> Report)

#### - Calculation of Eigen Frequency -

Tetsuya YOKOYAMA    Naoyuki BANDO

**あらまし** エンドミル加工等において、切削工具と被削材の間で断続的な切削力による強制振動によって固有振動が増幅し、その結果、加工精度を低下させることがある。それを防ぐためには、加工物等の固有振動数を予め把握することが重要である。著者は過去に、有限要素法を用いて切削加工時のジグに作用する力などを計算できる切削加工シミュレーションを作成した。本報ではこのシミュレーションで固有振動数を計算し、実物との固有振動数と比較を行った。

**キーワード** 切削加工シミュレーション、固有振動、有限要素法

#### 1. はじめに

エンドミル加工等において、切削工具と被削材の間で断続的な切削力が働くことで強制振動が生じる。この際、工具回転数と刃先数の積から求まる断続切削周波数の整数倍が、被削材やジグを含む機械構造物をもつ固有振動数の値に近くなると共振を生じる。剛性不足している場合は振動が大きくなり、所望の加工精度を得ることが難しくなる。

断続切削による振動を抑制する手段として、インパルスハンマーを用いて機械構造物の固有振動数を求め、断続切削周波数の整数倍を機械構造物の固有振動数付近からずらす方法や、有限要素法を用いて固有振動数を求め、動解析により剛性不足箇所を特定し、ジグで補強する方法<sup>[1][2]</sup>がある。したがって振動を抑制するには予め固有振動数を把握する必要がある。上記手法は加工前の被削材形状を対象としているが、加工による切削量が多い場合も想定すると、被削材の形状変化に伴う固有振動数の変化も考慮できればより有効と考える。

著者は過去、ジグ設計の支援ツールとしてジグに働く力等を算出できる切削加工シミュレーションを作成した<sup>[3]</sup>。このシミュレーションは、有限要素法を用いて構造解析を行い、ジグにかかる力などが計算でき、かつ切削による形状変更にも対応している。この有限要素法より得られた剛性行列と質量行列から、機械構造物の固有振動数を算出できることから、断続切削による固有振動の抑制を補強できると考える。

本報告では、被削材とジグからなる機械構造物を対象に、切削加工シミュレーションを用いた固有振動数の算出方法と、算出した固有振動数を検証するため、加工により形状変化した実物の固有振動数を計測し両者の比較を行った内容について報告する。

#### 2. 有限要素法による固有振動数の算出

##### 2. 1 切削加工シミュレーションの概要

切削加工シミュレーションは、切削加工により被削材を固定するジグにかかる力や被削材の変形などを計算するシミュレーションである。その処理内容を図1に示す。

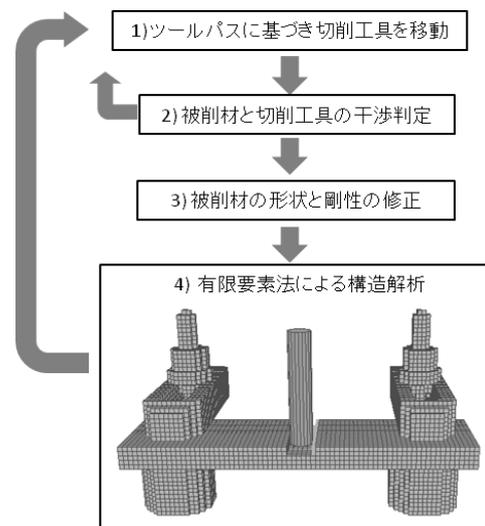


図1 切削加工シミュレーションの処理手順

1) NCデータに基づき切削工具を一定距離の刻み幅で移動させ、2) 被削材と工具の干渉判定を行う。干渉がなければ1)に戻り、干渉があれば、3) 被削材の形状と剛性を修正する。その後、4) 有限要素法を用いた構造解析を行い、ジグにかかる力などを計算で求める。式(1)に、4)の構造解析で用いる剛性方程式を示す。

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{M}\mathbf{g} \quad (1)$$

ここで $\mathbf{F}$ は外力、 $\mathbf{u}$ は変位、 $\mathbf{K}$ は剛性行列、 $\mathbf{M}\mathbf{g}$ は重力である。ジグにかかる力は、有限要素を構成するノードに働く内力を基に計算で求める。なお、この行列 $\mathbf{K}$ と行列 $\mathbf{M}$ を用いて固有振動数を計算することになる。

有限要素法を用いて計算する際、メッシュ要素としてボクセル形状の6面体を採用している。切削工具と被削材の干渉判定には、この6面体内部に、等間隔に配置した質点を用いる。工具の移動により、質点が工具の幾何形状の内部に位置したら干渉と判断し、切削により形状が変化したとみなす。6面体内部に配置した質点の数が0になった際には、その6面体の剛性行列をゼロとすることで、形状変化により剛性行列の要素を変化させることができる。これにより、切削による固有振動数の変化に対応することが可能になる。

### 2. 2 固有振動数の算出方法

有限要素法により得られた被削材とジグからなる機械構造物の物性を反映した剛性行列 $\mathbf{K}$ 、慣性行列 $\mathbf{M}$ を用いて、数値計算で固有振動数を算出する方法を示す。

機械構造物の固有振動に関する式を以下に示す。

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{M}\mathbf{x} \quad (2)$$

ここで $\lambda$ は固有値、 $\mathbf{x}$ は固有ベクトルである。このときの固有振動数 $f$ は式(3)で求まる。

$$f = \sqrt{\lambda} / 2\pi \quad (3)$$

式(2)から固有振動数を解析的に求めることは難しいため、数値計算用に式を変形する。また断続切削周波数が機械構造物の固有振動数より低いことから、求める固有振動数は最小値からの固有振動数とする。行列 $\mathbf{M}$ の対角要素の平方根を対角要素とする行列 $\mathbf{B}$ を用いると、式(2)は式(4)に変換できる。

$$(\mathbf{B}^{-T}\mathbf{K}\mathbf{B}^{-1})^{-1}\mathbf{x} = \frac{1}{\lambda}\mathbf{x} \quad (4)$$

式(4)を数値計算で解くにあたり、剛性行列 $\mathbf{K}$ は大規模疎行列となることから、行列ベクトル積による計算が主となるランチョス法を用いる。

### 3. 固有振動数の比較

切削加工シミュレーションで求めた固有振動数を検証するため、加工により形状変化した実物の固有振動数を計測し、両者の比較を行う。



図2 被削材とジグからなる機械構造物

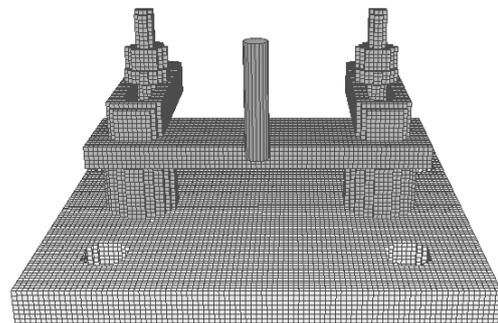


図3 切削加工シミュレーションのモデル

図2にポリアセタールの被削材を鉄のジグで固定した実物の機械構造物を示す。被削材には、x方向に歪みゲージが貼付されており、被削材にz方向の振動を与えた際の歪みを計測し、FFT解析することで固有振動数を特定することができる。なお、本研究ではセンサの取付けによる質量増加を防ぐため歪みゲージを用いている。

図3に切削加工シミュレーションのメッシュモデルを示す。メッシュサイズは2[mm]とし、被削材とジグおよびジグを固定するベース板を解析対象としてモデリングしている。

加工前と、溝加工による形状変化後（溝深さ2[mm]と4[mm]）に実物を計測した際の周波数スペクトルを図4に示す。図中の歪みの大きさは、各々の最大値で正規化した。計測している歪みは、歪みゲージがx方向に貼付されていることと被削材にz方向の振動を与えていることから、被削材のz方向の曲げ振動によるx方向の圧縮と引張りによる歪みと推測される。各々のスペクトルのピーク周波数は1640[Hz]、1562[Hz]、1484[Hz]である。

表1,2,3に切削加工シミュレーションで計算した2500[Hz]以下の固有振動数を記載する。表中の固有モード*i*は、最小固有振動数から数えて*i*番目の固有振動を指す。機械構造物の固有振動は固有ベクトルが表す方向に振動するため、図4と比較するには計算した固有振動数のうち、被削材がz方向に振動し歪みが大きくなる固有振動数を調べる必要がある。ここではz方向の曲げ振動を想定して、ベクトルの大きさで正規化した固有ベクトルを用いて、歪みゲージの貼付位置近傍の有限要素のx方向歪み

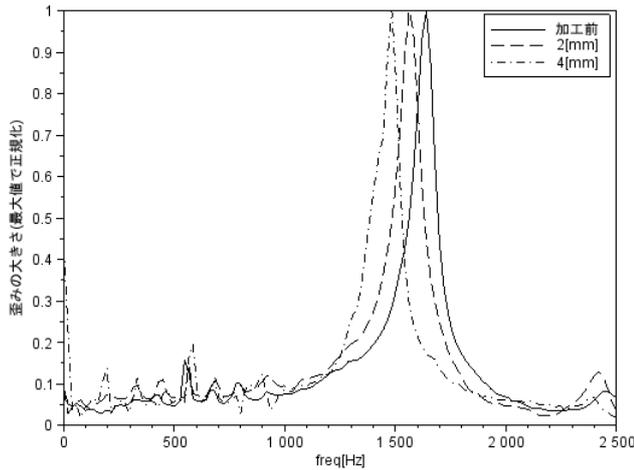


図4 実物の周波数スペクトル

表1 計算で求めた加工前の固有振動数

固有モード	固有振動数[Hz]	x方向歪み(絶対値)※
1	1327	2.84E-2
2	1342	1.24E-3
3	1570	1.33E-1
4	2245	2.42E-2

表2 計算で求めた形状変化後(2[mm])の固有振動数

固有モード	固有振動数[Hz]	x方向歪み(絶対値)※
1	1310	5.66E-2
2	1342	4.02E-4
3	1523	1.48E-1
4	2283	2.79E-2

表3 計算で求めた形状変化後(4[mm])の固有振動数

固有モード	固有振動数[Hz]	x方向歪み(絶対値)※
1	1265	8.69E-2
2	1342	2.11E-4
3	1475	1.31E-1
4	2313	2.99E-2

※ベクトルの大きさを正規化した固有ベクトルを使用して計算

を計算した。その結果、x方向の歪みが大きい固有振動数は何れもモード3の固有振動数であった。

図4と表1,2,3より、実物の固有振動数と数値計算で求めたモード3の固有振動数を比較すると、両者とも形状変化により固有振動数が小さくなることが確認できた。各形状において両者の固有振動数には差が生じるが、その理由はシミュレーションのモデル化誤差、計測誤差や組み付け誤差が影響を与えていると推測される。なお、形状変化後(4[mm])においては歪みの大きさを考慮すると固有モード1のピークも計測されておかしくないが、今回は計測できなかった。その要因がどこにあるか特定する必要がある。

#### 4. まとめ

本報では、ジグ設計の支援ツールとしてジグに働く力などが算出できる切削加工シミュレーションを用いて、

ジグと被削材からなる機械構造物の固有振動数を計算した。計算で求めた固有振動数は加工による形状変化に伴い変化することを確認したが、計測した値と比較したところ、両者の間には差が生じており改良の必要がある。

計算で求めた固有振動数を用いて、工具回転数と刃先数の積から求まる断続切削周波数の変更で固有振動を抑制する場合は、以下の方法を考えている。切削加工シミュレーションでツールパス上に幾つかのサンプリング位置を設け、その位置で複数の固有振動数を計算し、固有ベクトルを参考に固有振動数を特定する。サンプリング間の固有振動数を、前後のサンプリング位置で求めた固有振動数で線形補間する。先に述べた理由よりシミュレーションで求めた固有振動数は実物と一致しないため、固有振動数の値に一定の幅を持たせる。幅を持たせた固有振動数の範囲内に断続切削周波数の整数倍(1,2,...,N倍)が存在しないように断続切削周波数を調整することで固有振動数を抑制する。なお、整数Nは有限値となり機械構造物の減衰に依存する。

本研究ではGPUを用いて固有振動数を計算しているが、計算に時間を要するため、計算時間の短縮が課題として挙げられる。

#### 文献

- [1] 坂本千秋, “治工具の構造解析システム”, 精密工学会誌, Vol.52 No.5, pp.808-810, 1986.
- [2] 名畑英二, 寺坂英二, “振動解析による治具剛性評価技術”, KOMATSU TECHNICAL REPORT, Vol.52 No.157, 2006.
- [3] 横山哲也, “ジグ設計評価の構造解析に関する研究(第2報)”, 岐阜県情報技術研究所研究報告 第13号, pp.36-40, 2012.