

有限要素法を用いた柔軟物体の力覚提示方法に関する検討

横山 哲也 川崎 晴久*

Research on Haptic Display Method of Elastic Objects in Finite Element Method

Tetsuya YOKOYAMA Haruhisa KAWASAKI*

あらまし Virtual Reality技術を用いた触診トレーニング、手術シミュレータは医学生等の初心者が効率的に診断技術を身に付ける事を可能としてきた。人体組織の力学や生理が計算機の中に記述できれば、よりリアリティの高いトレーニングシステムの構築が期待される。本研究はトレーニングシステムの構成要素技術のひとつ、柔軟物体の実時間力学シミュレーションについて検討した。力学モデルに有限要素法を採用した従来研究は、実時間での力覚提示を可能としたが、物体への接触が分散荷重となり複数の接触部を持つ場合には留意点が残っていた。本研究では複数の接触部を持つ場合を想定し、物体への接触を集中荷重として有限要素法により解くことを試みた。

キーワード Virtual Reality, 力覚提示, 有限要素法, SOR

1. はじめに

近年、VR技術を用いて人工現実感を表現するのに、視覚聴覚に加えて力覚が使用されるようになってきた。医療分野においては、手術シミュレータや触診トレーニングに見られるように、人間組織のような柔らかい物体の力覚表現が重要となっている^{[1][2]}。

柔らかい物体の力覚提示方法には、大別するとバネマスモデルによる方法と、有限要素法による手法が存在する。バネマスモデルは物体の変位、反力算出を少ない計算量で求めることができる。ただし、物体のヤング率、ポアソン比等の特性値をモデルに直接組み込むことができないため、物体の変形は現実と若干異なる^{[3][4]}。有限要素法を用いる手法は、物体の特性値をモデルに組み込むことが可能なため、物体の変形を正確に表現できるが、計算量が膨大である。ただし最近ではモデルの縮退化^[5]や、変位の等価荷重を算出する手法^[6]を用いることで実時間処理を十分満足させることができるため、有限要素法による柔軟物の力覚提示に関する研究が盛んである。

従来の有限要素法を用いた柔軟物体の力覚提示方法は、道具を介して触る方法であり、接触点の個数は多くて2点であった。そのため、人の指先が物に触る、掴むような複数の接触点が生じる作業には検討が必要である^[6]。

そこで本研究では、複数の接触点が存在する場合を想定した柔軟物体の力覚提示方法を提案する。

2. 従来手法の問題点

有限要素法による剛性方程式は、作用力（反力） f 、変位 u と剛性行列 K を用いて式(1)で与えられる^[7]。

$$Ku = f \quad (1)$$

力覚提示における物体の変形には強制変位を用いる。強制変位には物体が空間に固定されている強制変位と、指先が物体に対して加える強制変位が存在する^[6]。反力 f と変位 u を未知、既知成分に分けると、式(1)は式(2)の連立方程式になる。

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_k \\ u_{uk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{uk} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

強制変位であるため、拘束ノードにあたる変位 u_k は既知、反力 f_{uk} は未知である。自由ノードにあたる変位 u_{uk} は未知、反力は0となる。それぞれの成分に対応する剛性行列を k_{11} 、 k_{12} 、 k_{21} 、 k_{22} とする。指先と物体の接触点は固定しておらず拘束条件は一定でないため、剛性行列 k_{11} 、 k_{12} 、 k_{21} 、 k_{22} は定数とならない。そのため式

* 岐阜大学 工学部 人間情報システム工学科

(2)を数値計算法で求める必要があり、計算量が膨大となる。

広田らは指先が物体に対して加える強制変位の拘束条件を、等価的な荷重（以下、等価荷重）に置き換えることを提案した^[6]。この手法は物体が空間に固定される強制変位の拘束ノードのみを考慮すればよく、剛性行列は不変となる。そこで剛性行列 k_{22} の逆行列を前処理で求めておくことで、等価荷重 f^* と式(3)を用いて実時間での計算を保証した。

$$u_{uk} = k_{22}^{-1} f^* = L f^* \quad (3)$$

ここで接触点変位 u_k を、図1(a)に示す接触点を含む3角形ポリゴンのノード(i, j, k)に単独に作用したと仮定する。そのときのノード(i, j, k)に働く等価荷重 f_i^* , f_j^* , f_k^* を式(4)で求める。

$$f_i^* = \alpha_i L_{ii}^{-1} u_k, \quad f_j^* = \alpha_j L_{jj}^{-1} u_k, \quad f_k^* = \alpha_k L_{kk}^{-1} u_k \quad (4)$$

面積座標 $(\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k)$ は以下のとおりとする。

$$\begin{aligned} \alpha_i &= S(V_f, V_j, V_k) / S(V_i, V_j, V_k) \\ \alpha_j &= S(V_f, V_k, V_i) / S(V_i, V_j, V_k) \\ \alpha_k &= S(V_f, V_i, V_j) / S(V_i, V_j, V_k) \end{aligned} \quad (5)$$

V_i, V_j, V_k は3角形ポリゴンの頂点ベクトル、 V_f は接触点、 $S(\)$ は引数の頂点ベクトルから面積を算出する関数である。

上記手法は数値計算を用いないため計算量は少ない。しかし面積座標を用いるため、等価荷重 f^* は分散荷重となり、接触点が複数存在する場合には検討の余地がある。具体的には、図1(b)のように3角ポリゴン内に接触

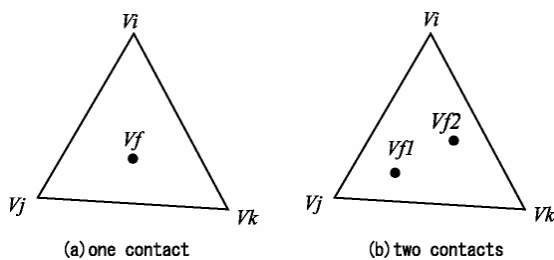


図1 接触点

点が2点ある場合、頂点ベクトル V_i, V_j, V_k の等価荷重は V_{f1} と V_{f2} の個々の変位による等価荷重の和となり、現実に即していない^[6]。これはポリゴン内に接触点1個だけでも、隣接するポリゴン内に接触点が存在すれば同様である。触診トレーニングのように、隣接して接触点が存在する場合、この問題を回避する必要がある。

メッシュを細分化する事で、接触点がノード上に存在し、同じノードに2個以上の接触点による等価過重 f^* が存在しないと仮定することは可能であるが、これはモデルのデータサイズを不用意に増大させるだけである^[8]。

3. 提案手法

そこで本研究では、等価荷重 f^* を求めることなく、

かつ接触点がノード上に存在、つまり集中荷重として有限要素法を解くことを試みる。具体的にはメッシュを細分化せず、接触点がノード上に存在するように、接触点にノードを新規に作成し、有限要素法を解く手法を提案する。ノード上に接触点が存在することから、面積座標を用いることがないため、分散荷重による問題は発生しない。

新規にノードを挿入するとき、新規ノード及びその近傍ノードのトポロジーを最構成(リメッシュ)する必要がある。ここでは図2(a)に示すように、接触点が存在する3角形ポリゴンの1つの稜線を分解し、図2(b)のように新規にノードを接続し直すことで対応する。3角形ポリゴンのどの稜線を分解するか検討する必要はあるが(3通りのパターンが存在)、ここでは議論の対象とはしない。

新規にノードを挿入することは、剛性行列を変化させることであり、数値計算で剛性方程式を解く必要がある。そのため計算量が膨大となるが、提案手法では以下に述べる方法で、計算量を低減する。ここでは指先が物体に対して加える強制変位の拘束条件のみに着目し、接触点の数は1個とする。

物体表面上に接触点が存在しない初期状態の、n個のノ

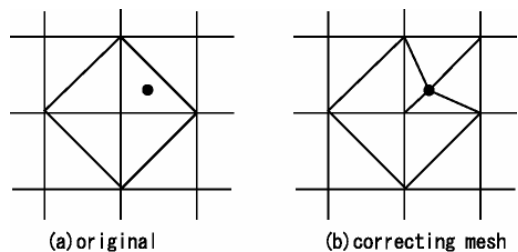


図2 リメッシュ

ードで構成された剛性行列を k_0 とすると、新規にノードを1個追加したときの連立方程式は(6)式で表される。

$$\begin{bmatrix} k_0 + \Delta k_0 & \Delta k_{i,n+1} \\ \Delta k_{n+1,i} & \Delta k_{n+1,n+1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{uk} \\ u_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_{uk} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Δk_0 は初期剛性行列 k_0 を構成するノードに対しての変化分、 Δk は接触点ノードを構成する剛性要素である。

ここで未知変数 u_{uk} に着目する。

$$(k_0 + \Delta k_0)u_{uk} = -\Delta k_{i,n+1} u_k \quad (7)$$

k_0 の逆行列 k_0^{-1} を式(7)の両辺にかける。

$$(E + k_0^{-1}\Delta k_0)u_{uk} = -k_0^{-1}\Delta k_{i,n+1} u_k \quad (8)$$

ここで E は単位行列である。 k_0^{-1} は定数行列であるから、

式(8)は u_{uk} に関する1次の連立方程式となる。

Δk_0 は疎行列であるため、数値計算SOR^[9]を用いて、

少ない反復回数で u_{uk} が求まる。また、 Δk_0 の非ゼロ要素がどの位置に存在するかが既知であるため、プログラムの実装方法によっては、さらに少ない計算量で解を求めることは可能である。

4. シミュレーション

提案手法が妥当であるか検討するため、一定値の強制変位で物体表面をなぞったときの反力を求め、理想解との比較を行う。物体は1辺の長さ1.6[m]の立方体で、ノード数343、四面体数1053で構成した。また物体の特性値のポアソン比は0.4、ヤング率は50000[Pa]とした。図3に押し込み量0.05mで物体表面をなぞった時の分散荷重、集中荷重、理想解の反力値を示す。理想解の算出には非線形構造解析ソフトを用いた。新規にノードを挿入する際、3通りのトポロジー構成が存在する。ここでは3通りのトポロジー構成の反力を求め、その中で最小値を出力した。図3より提案手法は理想解とほぼ等しく、リメッシュの影響が少ないことがわかる。

次に隣接するポリゴン内に接触点が存在する場合の影響を見るため、1点接触、2点接触における反力を調べた。上記のモデルを用い、2点の接触点 (A点x=0[m],

表1 接触パターンによる反力比較

	A点	B点
2点接触時反力fz[N]	-419	-428
1点接触時反力fz[N]	-552	-555

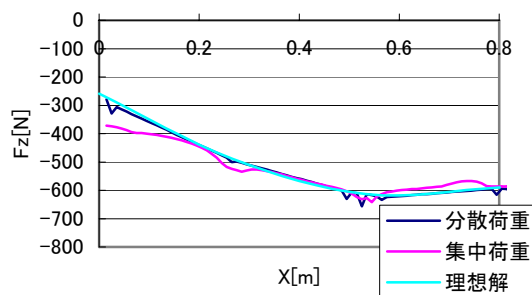


図3 シミュレーション結果1

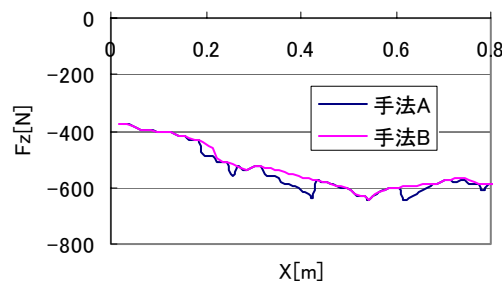


図4 シミュレーション結果2

y=0.15[m], z=0.6[m], B点x=0.16[m], y=0.15[m], z=0.6[m]の押し込み量を0.05mとした場合と、1点の接触点の押し込み量を0.05mとした場合の結果を表1に示す。2点接触時の反力は、1点接触時の反力の和にならないことから、複数接触において集中荷重が有効に適用できることが確認できる。

最後に提案手法を用いて、3通りのトポロジー構成の反力を求めずに、直前の結果を利用して反力を求めた。具体的には、1ステップ前の変位から新規ノード周りの歪みエネルギーを3通りのトポロジー構成毎に算出し、その歪みエネルギーが最小となるトポロジー構成の剛性行列で次ステップの反力を求めた(手法A)。その結果を図4に示す(比較のため、図3の集中荷重結果(手法B)も示す)。近い値は得られているがグラフが一致しないことから、トポロジー選択にはまだ検討の余地がある。

5. まとめ

本研究では複数の接触部を持つ場合を想定し、物体への接触を集中荷重として有限要素法を解くことを試みた。シミュレーション結果より、新規にノードを挿入しても理想解に対して変位、反力は大きく変化しないことを確認した。これより分散荷重を集中荷重に置き換えることが可能であると思われる。

今回の報告では1個の接触点のみの検証だが、今後は2個以上の場合において、有効に作用するか検証を行う必要がある。また現状はリメッシングの方法が確立していないため、反力を求めるために3通りのトポロジー構成で計算を行っている。最適なトポロジーを予め求める

ことができれば、計算量は1/3に削減することができる。
以上の2点を今後の課題として取り組みたい。

文 献

- [1] 中尾、黒田, “実時間力学計算手法のライブラリ化と手術シミュレータの開発”, IPA未踏ソフトウェア創造事業, 2002.
- [2] Stephane Cotin, Herve Delingette, “Real-Time Elastic Deformations of Soft Tissues for Surgery Simulation”, IEEE Trans. VISUALIZATION AND COMPUTER GRAPHICS, Vol.5, No.1 1999.
- [3] Terzopoulos D., Plat J, “Elastically Deformable Models”, Computer Graphics, Vol.21, No.4, pp.205-214, 1987.
- [4] 宮崎、安田, “仮想弾性物体の対話操作のためのモデル化と実現”, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J79-A, No.11, pp.1919-1926, 1996.
- [5] Morten, Bro-nielsen, “Finite Element Modeling in Surgery Simulation”, Proc. of IEEE, pp.490-503, 1998.
- [6] 広田, 金子, “柔らかい仮想物体の力覚表現”, 情報処理学会論文誌, Vol.39, pp.3261-3268, 1998.
- [7] 三好俊郎, “有限要素法入門”, 培風館, 1978.
- [8] 北村喜文, “仮想箸のための物体変形と力覚提示の一検討”, 日本VR学会, Vol.7, NO. 3, pp.291-300, 2002.
- [9] 日本機械学会編, “計算力学ハンドブック”, 丸善, 1998.